

Roll No. ....

**Y – 2526**

**B.A. B. Ed. (Second Semester) EXAMINATION, May/June-2021**

**EDUCATION**

**MATHEMATICS**

*Time : Three Hours*

*Maximum Marks : 85*

*Minimum Pass Marks : 34*

**नोट-** सभी प्रश्न हल कीजिये। प्रश्न क्रमांक 1 हल करना अनिवार्य है। प्रश्न क्रमांक 2 से प्रश्न क्रमांक 6 तक प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिये।

Attempt *all* questions. Question No. 1 is compulsory. Attempt any *two* parts of question No. 2 to Question No. 6 from each question.

**खण्ड ( अ )**

**(Section A)**

1. निम्नलिखित प्रश्नों में से कोई पाँच प्रश्न हल कीजिये— 5×5=25

Attempt any *five* questions from the following—

(i) लैबनीज प्रमेय का कथन लिखिए।

Write statement of Leibnitz Theorem.

(ii) वक्र  $y = 3x^4 - 4x^3 + 1 = 0$  के नति परिवर्तन ज्ञात कीजिए।

Find points of Inflexion of a curve  $y = 3x^4 - 4x^3 + 1$ .

(iii) यदि  $u = ax + by$ ;  $v = cx + dy$  तब  $\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}$  का मान ज्ञात कीजिए।

If  $u = ax + by$ ;  $v = cx + dy$  then find the value of  $\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}$ .

(iv) अवकल समीकरण  $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} - 4y = 0$  को हल कीजिए—

Solve differential equation  $\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} - 4y = 0$

(v) सिद्ध कीजिए कि  $\log \sec x = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{45} + \dots$

**P.T.O.**

Prove that  $\log \sec x = \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{12} + \frac{x^6}{45} + \dots$

(vi) सदिश  $(x^2 - y^2) i + 2xy j + (y^2 - xy) k$  का डायवर्जेंस तथा कर्ल ज्ञात कीजिए।

Find Divergence and Curl of a vector  $(x^2 - y^2) i + 2xy j + (y^2 - xy) k$

(vii) हल कीजिए :  $p^2 - 5p + 6 = 0$ .

Solve :  $p^2 - 5p + 6 = 0$ .

(viii) मूल्यांकन कीजिए :

$$\int_0^1 \int_0^1 \frac{dx dy}{\sqrt{1-x^2} \sqrt{1-y^2}}$$

Evaluate —  $\int_0^1 \int_0^1 \frac{dx dy}{\sqrt{1-x^2} \sqrt{1-y^2}}$

(ix) वक्र  $y^2 (a+x) = x^2 (a-x)$  का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve  $y^2 (a+x) = x^2 (a-x)$ .

(x) यदि  $y = \cos x \cos 2x \cos 3x$  हो तो  $y_n$  का मान ज्ञात करो।

If  $y = \cos x \cos 2x \cos 3x$  then find the value of  $y_n$ .

2. निम्नलिखित में से कोई भी दो भाग हल कीजिये—

Attempt any two parts from the following—

(i) वक्र  $x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$  की सभी अनन्त स्पर्शियाँ ज्ञात करो।

Find all the asymptotes of the curve  $x^3 + 3x^2y - 4y^3 - x + y + 3 = 0$

(ii) टेलर प्रमेय से  $\tan^{-1}x$  को  $\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  की घातों में प्रसार कीजिए।

Expand  $\tan^{-1}x$ , using Taylors theorem in the powers of  $\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

(iii) अन्तराल  $(0, 2\pi)$  में  $y = \cos x$  की उत्तलता एवं अवतलता का परीक्षण कीजिए।

Test Convexity and Concavity of a curve  $y = \cos x$  in interval  $(0, 2\pi)$ .

3. कोई भी दो भाग हल कीजिए—

6+6=12

Attempt any two parts—

(i) सिद्ध करो कि फलन  $f(x, y) = x^2 + 2y$  बिन्दु  $(1, 2)$  पर संतत है।

Prove that the function  $f(x, y) = x^2 + 2y$  is continuous at  $(1, 2)$ .

(ii) टेलर प्रमेय से फलन  $f(x, y) = x^2y + 3y - 2$  का  $(x-1)$  और  $(y+2)$  के घातों में प्रसार करो।

Expand the function  $f(x, y) = x^2y + 3y - 2$  using Taylors theorem in the powers of  $(x-1)$  and  $(y+2)$ .

(iii) सिद्ध करो—

$$\int_0^3 \int_0^2 \int_0^1 (x + y + z) dx dy dz = 18$$

Prove that—

$$\int_0^3 \int_0^2 \int_0^1 (x + y + z) dx dy dz = 18$$

4. कोई भी दो भाग हल कीजिए—

6+6=12

Attempt any two parts from the following—

(i) समीकरण  $\frac{d^3 y}{dx^3} - 6 \frac{d^2 y}{dx^2} + 11 \frac{dy}{dx} - 6y = 0$  को हल कीजिए।

Solve the equation—

$$\frac{d^3 y}{dx^3} - 6 \frac{d^2 y}{dx^2} + 11 \frac{dy}{dx} - 6y = 0$$

(ii) समीकरण  $y^2 - 2pxy + p^2(x^2 - 1) = m^2$  का व्यापक तथा विचित्र हल ज्ञात करो।

Find the general and singular solution of the equation.

$$y^2 - 2pxy + p^2(x^2 - 1) = m^2.$$

(iii) हल कीजिए—

$$(1 + 4xy + 2y^2) dx + (1 + 4xy + 2x^2) dy = 0$$

Solve :

$$(1 + 4xy + 2y^2) dx + (1 + 4xy + 2x^2) dy = 0$$

5. निम्नलिखित में से कोई भी दो भाग कीजिए—

Attempt any two parts from the following—

(i) हल कीजिए—

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$$

Solve—

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + y = 2 \log x$$

(ii) प्राचल विचरण की विधि से हल कीजिए—

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$$

Solve by using the method of variation of parameters

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 4y = 4 \tan 2x$$

(iii) हल कीजिए—

$$\frac{dx}{z(x+y)} = \frac{dy}{z(x-y)} = \frac{dz}{x^2 + y^2}$$

Solve—

$$\frac{dx}{z(x+y)} = \frac{dy}{z(x-y)} = \frac{dz}{x^2 + y^2}$$

6. निम्नलिखित में से कोई भी दो भाग हल कीजिए—

Attempt any *two* parts from the following—

(i) सिद्ध कीजिए कि सदिश  $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ ,  $\vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a})$  एवं  $\vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b})$  समतलीय हैं।

Prove that the vector  $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ ,  $\vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a})$  and  $\vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b})$  are coplanar

(ii) गॉस डाइवर्जेंस प्रमेय से सिद्ध कीजिए—

$\int_S (axi + byj + czk) \cdot \hat{n} ds = \frac{4}{3} \pi (a + b + c)$  जहाँ S, गोले  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  का पृष्ठ है।

Using Gauss divergence theorem to prove that—

$\int_S (axi + byj + czk) \cdot \hat{n} dS = \frac{4}{3} \pi (a + b + c)$  where S is the surface of the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ .

(iii) ग्रीन प्रमेय का उपयोग कर समाकलन  $\int_c [(y - \sin x) dx + \cos x dy]$  का मान ज्ञात

कीजिए। जहाँ c रेखाओं  $y = 0$ ,  $x = \pi/2$ ,  $y = \frac{2x}{\pi}$  से बना त्रिभुज है।

Find the value of integral  $\int_c [(y - \sin x) dx + \cos x dy]$  by use of Green's theorem where c is the triangle formed by the lines  $y = 0$ ,  $x = \pi/2$  and

$$y = \frac{2x}{\pi}.$$